

Izračunate srednje vrijednosti

ARITMETIČKA SREDINA

1

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Jedan od najvažnijih pokazatelja numeričkih karakteristika serija je srednja vrijednost.

To je vrijednost obilježja koja, pod datim mjerilima, reprezentuje čitav skup i omogućava upoređenje između različitih skupova.

Srednje vrijednosti se koriste za sažimanje strukture skupa i za karakterisanje njegove dinamike.

2

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

- Izračunate srednje vrijednosti
- Pozicione srednje vrijednosti

3

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Izračunate srednje vrijednosti:

- Aritmetička sredina
- Geometrijska sredina
- Harmonijska sredina
- Kvadratna sredina

4

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Pozicione srednje vrijednosti:

- Modus
- Medijana

5

Aritmetička sredina – negrupisani podaci

Aritmetička sredina dobija se kada se zbir svih vrijednosti obilježja podijeli njihovim brojem.

Ako je posmatrano obilježje X , a njegove vrijednosti X_1, X_2, \dots, X_n , njihov broj N , aritmetička sredina skupa, koju označavamo (iks bar) :

6

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{N}$$
$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{N}$$

7

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

U statističkim istraživanjima najčešće se susrećemo sa većim brojem vrijednosti podataka i njihovim različitim frekvencijama, to jest sa grupisanim podacima u vidu rasporeda frekvencija.

U tom slučaju moramo uzeti u obzir i i razlike u frekvencijama, pri izračunavanju aritmetičke sredine.

Oznažimo različite vrijednosti obilježja sa X_1, X_2, \dots, X_n , a njihove odgovarajuće frekvencije sa f_1, f_2, \dots, f_n , pa će aritmetička sredina skupa biti:

8

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\bar{X} = \frac{X_1 f_1 + X_2 f_2 + \dots + X_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

9

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ponderisana} \\ \text{aritmetična} \\ \text{sredina} \end{array} \right\} = \bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f}$$

$$N = f_1 + f_2 + \dots + f_n = \sum_{i=1}^n f_i$$

10

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i X_i}{n}$$
$$n = f_1 + f_2 + \dots + f_k = \sum_{i=1}^k f_i$$

11

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Aritmetička vrijednost grupisanih podataka poznata je pod nazivom ponderisana aritmetička sredina, jer se sve vrijednosti obilježja u skupu ili uzorku uzimaju onoliko puta koliko se one javlju, to jest ponderišu se njihovim frekvencijama.

12

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Aritmetičku sredinu možemo izračunati i preko relativnih frekvencija gdje je $N = \sum f_i$, odnosno:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{f_i}{N} \times X_i = \sum_{i=1}^n p_i X_i = E(X)$$
$$\bar{X} = E(X)$$

13

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Ako su p_i empirijske vjerovatnoće da će slučajno promjenljiva X , tj. slučajno izvučeni elementi iz skupa, uzeti vrijednost obilježja X , tada je **aritmetička sredina jednaka očekivanoj vrijednosti prekidne slučajno promjenljive X** to jest

$$\bar{X} = E(X)$$

14

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Kada je u pitanju neprekidna slučajna varijabla, tada se umjesto \sum koristi znak integrala \int , pa je aritmetička sredina količnik od integrala (sa granicama $-\infty$, $+\infty$) umnožaka elementarnih vjerovatnoća $f(X)$ sa vrijednostima X_i i integrala elementarnih vjerovatnoća

$$\bar{X} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} Xf(X)dX}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(X)dX} = \int_{-\infty}^{+\infty} Xf(X)dX$$

15

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

Osobine aritmetičke sredine:

1. Aritmetička sredina veća je od najmanje i manja od najveće vrijednosti posmatranog obilježja.

$$X_1 < \bar{X} < X_k$$

16

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

2. Aritmetička vrijednost se izjednačava sa vrijednostima obilježja, kada su one međusobno jednake.

$$X_1 = X_2 = \dots = X_k = \bar{X}$$

17

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

3. Zbir odstupanja pojedinih vrijednosti obilježja od aritmetičke sredine jednaka je nuli.

$$\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) = 0$$
$$\sum_{i=1}^N f_i (X_i - \bar{X}) = 0$$

18

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

4. Zbir kvadrata odstupanja aritmetičke sredine od pojedinih vrijednosti obilježja manji je od zbira kvadrata odstupanja bilo koje vrijednosti obilježja X_0 od ostalih vrijednosti obilježja.

$$\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 < \sum_{i=1}^N (X_i - X_0)^2$$

19

Srednje vrijednosti – aritmetička sredina

5. Ako su dva obilježja vezana linearnom funkcijom, tada su njihove aritmetičke sredine vezane tom istom linearnom funkcijom.

$$y = b_0 + b_1 X$$

$$\bar{Y} = b_0 + b_1 \bar{X}$$

20